

Research on Hysteresis Characteristics of Pneumatic Arm for Pneumatic Artificial Muscle Robot ——Modeling and Error Analysis Based on RBFNN and DRNN

作者姓名：王熙昊，赵梓渊，申虎翼，孙嘉池 王沛驰

指导教师：于业伟

项目名称：气动人工肌肉驱动的康复机器人

项目编号：2025SJ029

Abstract

Research on Hysteresis Characteristics of Pneumatic Arm for Pneumatic Artificial Muscle Robot: Modeling and Error Analysis Based on RBFNN and DRNN

Driven by the advantages of flexible actuation, the pneumatic artificial muscle drive system has broad application prospects in the field of rehabilitation robots, yet the inherent hysteretic nonlinearity of the system seriously impairs the control accuracy. Focusing on this problem, this paper conducts research on how to establish an accurate mathematical model for characterization.

To accurately represent the hysteresis characteristics, this paper describes the complex hysteretic nonlinearity of the pneumatic actuator based on the Nonlinear Auto Regressive Moving Average Exogenous (NARMAX) model. To address the problem of a large number of to-be-identified parameters in the NARMAX model, the Diagonal Recurrent Neural Network (DRNN) and Radial Basis Function Neural Network (RBFNN) are combined to identify the parameters of the NARMAX model, thereby establishing a NARMAX hysteretic nonlinear model with high modeling accuracy. Simulation results show that the NARMAX model identified based on neural networks can effectively describe the hysteretic nonlinear characteristics of the pneumatic artificial muscle actuator, which verifies the feasibility and effectiveness of the proposed model.

Firstly, the input and output data of the system under different air pressures, loads and input frequencies are collected through the experimental platform, and the PLAY hysteresis operator is constructed as an exogenous variable integrated into the NARMAX model to enhance the model's ability to describe the hysteretic memory. Secondly, taking advantage of the dynamic recurrent characteristic of DRNN and the local approximation advantage of RBFNN, the high-dimensional nonlinear parameters of the NARMAX model are identified respectively. Among them, DRNN realizes real-time parameter update via the gradient descent method, and RBFNN optimizes the basis function parameters through two-stage learning. Finally, the model performance is verified by simulation experiments. Both models can accurately capture the hysteretic nonlinear characteristics of the pneumatic artificial muscle drive system, providing a reliable model support for the design of high-precision control strategies in the follow-up research.

Key words: *Hysteretic nonlinearity; NARMAX model; Neural network identification*

Date of Submission: 05-03-2026

Date of acceptance: 17-03-2026

第一章 绪论

1.1 研究背景

在人口老龄化程度持续加深与康复医疗需求快速增长的双重驱动下，康复机器人技术已成为智能制造与医疗工程交叉领域的研究热点。气动人工肌肉作为一种柔性驱动元件，凭借功率密度高、响应速度快、生物相容性好、输出力柔顺等优势，被广泛应用于康复机器人驱动臂的核心执行机构设计中，其性能直接决定康复机器人的运动精度与人机交互安全性。相较于传统电机、液压驱动方式，气动人工肌肉驱动臂能够更好地模拟人体肌肉的运动特性，在上肢、下肢康复训练设备中展现出独特的应用价值，是实现康复机器人“柔性化、轻量化、智能化”发展目标的关键载体。如图 1.1。



图 1.1

然而，气动人工肌肉驱动系统本质上是典型的非线性时变系统，其内部气体压缩性、橡胶材料粘弹性、腔室摩擦等因素的耦合作用，导致驱动臂存在显著的迟滞非线性特性——该特性表现为输入气压（或控制电流）与输出位移之间呈现非对称、多值映射的迟滞环，且迟滞程度随输入频率、负载工况、环境温度等因素动态变化 [1]。迟滞非线性的存在使得驱动臂的实际输出与理想控制指令产生偏差，严重降低系统的定位精度与轨迹跟踪性能，甚至可能引发康复训练过程中的人机交互风险，成为制约气动人工肌肉驱动康复机器人工程化应用的核心瓶颈。因此，精准表征并量化气动人工肌肉驱动臂的迟滞特性，构建高精度、强鲁棒性的迟滞建模方法，是突破其控制精度瓶颈的前提与基础。

从非线性系统建模技术的发展来看，传统迟滞建模方法（如 Preisach 模型、Bouc-Wen 模型、NN 模型等）虽能描述迟滞的基本特征[2]，但此类模型依赖于对迟滞机理的精准解析，且模型参数多通过经验公式或线性拟合确定，难以适配气动人工肌肉驱动臂复杂的时变迟滞特性。随着智能算法的发展，神经网络因具备无需精确数学建模、强非线性逼近能力等优势，成为非线性系统建模的主流方法。其中，径向基函数神经网络（RBFNN）凭借局部逼近特性与快速收敛优势，在静态非线性建模中表现出高精度特性；[3]对角递归神经网络（DRNN）则通过引入递归结构，能够捕捉系统的动态记忆特性，更适配迟滞系统的“历史依赖”特征。[4]与此同时，非线性自回归滑动平均外生（NARMAX）模型框架因能整合系统输入、输出历史信息与外生变量，为迟滞系统的结构化建模提供了通用范式，被成功应用于磁控形状记忆合金（MSMA）执行器、压电陶瓷驱动器等非线性执行元件的迟滞建模中，验证了该框架在非线性和驱动系统建模中的有效性 [5]。

基于上述背景，针对气动人工肌肉驱动臂迟滞特性建模精度不足、模型适应性差的问题，本研究以康复机器人用气动人工肌肉驱动臂为研究对象，融合 NARMAX 模型框架与 DRNN、RBFNN 智能算法，开展迟滞特性建模与验证研究。通过构建包含 PLAY 迟滞算子的 NARMAX 模型结构，结合

DRNN 的动态递归特性与 RBFNN 的局部逼近优势，实现对气动人工肌肉驱动臂迟滞特性的精准表征，为后续迟滞补偿控制算法设计提供理论支撑与模型基础，最终推动气动人工肌肉驱动康复机器人在临床康复场景中的实用化进程。

1.2 气动执行器介绍

本节首先简要介绍气动人工肌肉的材料构成与形变机理，随后对近年来气动人工肌肉执行器的发展现状与技术特点进行系统总结，为后续迟滞特性建模与控制方法研究奠定基础。

1.2.1 气动人工肌肉材料

气动人工肌肉作为一种柔性智能驱动元件，其核心结构由弹性基体、增强纤维层、密封端盖及气路接口四部分构成。目前，主流气动人工肌肉的弹性基体多采用高强度聚氨酯橡胶或硅橡胶材料，这类材料兼具良好的弹性回复性与耐疲劳性能，能够在反复充气 - 放气循环中保持结构稳定性；增强纤维层通常采用尼龙、芳纶等高强度纤维编织而成，实现压力能向轴向拉力的高效转换；密封端盖采用铝合金或工程塑料加工，配合密封圈实现气路密封，确保压力稳定传递。[6]根据增强纤维编织方式的不同，气动人工肌肉主要分为（a）编织肌、（b）褶皱肌和（c）亚洛特网肌和（d）罗麦克肌和（e）Paynter 双面肌，如图 1.2 所示。

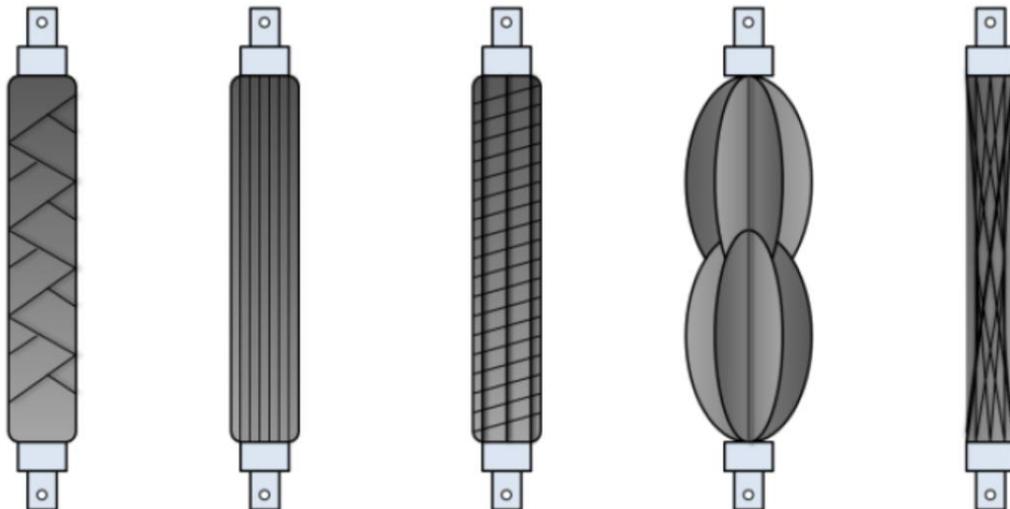


图 1.2（编号从左到右顺序排列）

1.2.2 气动人工肌肉形变原理

气动人工肌肉的形变机理基于气体热力学与材料力学的耦合作用，其工作过程可分为充气伸展与放气收缩两个阶段。在无气压输入时，弹性基体在增强纤维层的约束下保持初始长度；当压缩气体通过气路接口注入腔室时，腔内气体压力升高，产生向外的膨胀力，迫使弹性基体沿径向扩张。由于增强纤维的轴向约束作用，径向扩张转化为轴向收缩，气动人工肌肉长度缩短并输出拉力，拉力大小与腔内气压、肌肉有效面积及纤维编织角度正相关。[7]当腔内气体排出时，弹性基体在自身弹性回复力与外部负载的共同作用下恢复初始长度，完成一次驱动循环。如图 1.3。其形变过程的核心特征是：输出位移与输入气压呈非线性关系，且受气体压缩性、纤维摩擦、材料粘弹性等因素影响，表现出显著的迟滞特性——相同气压输入下，充气阶段的输出位移与放气阶段存在差异，形成典型的迟滞环。[8]



图 1.3

1.3 研究的目的和意义

1.3.1 课题的研究目的与意义

气动人工肌肉作为柔性驱动技术的核心载体，凭借生物相容性好、输出力柔顺、结构轻量化等独特优势，在康复机器人、仿生机械等领域展现出不可替代的应用价值，被视为实现人机协同精准控制的理想执行元件。然而，气动人工肌肉驱动系统受气体压缩性、橡胶材料粘弹性、腔室摩擦耦合等因素影响，存在显著的迟滞非线性特性，表现为输入与输出之间的多值映射关系，且该特性随输入频率、负载工况动态变化，严重制约了驱动系统的定位精度与轨迹跟踪性能，成为阻碍其在高精度康复训练等场景中工程化应用的核心瓶颈。深入开展气动人工肌肉执行器迟滞特性建模与分析研究，具有重要的理论意义与工程应用价值。

在理论层面，本研究通过 NARMAX 模型框架与 DRNN、RBFNN 神经网络算法，构建迟滞特性的建模方法。在工程应用层面，精准的迟滞模型能够为后续迟滞补偿控制策略设计提供可靠的理论支撑，有效提升气动人工肌肉驱动臂的控制精度与鲁棒性，推动其在康复机器人、工业精密操作等领域的规模化应用，降低柔性驱动，设备的研发成本与技术门槛。

1.4 本章小结

本章主要介绍了气动执行器的研究背景，并对气动人工肌肉材料和形变机理进行了简要说明。在此基础上，阐明了本文的研究意义与目的。

第二章 气动执行器迟滞建模

2.1 气动执行器迟滞非线性建模

建立有效的气动人工肌肉执行器迟滞非线性模型有助于解析其迟滞非线性产生机理与演化规律。目前，能够用来描述气动系统迟滞非线性的模型种类繁多，这些模型由不同学者从不同研究视角提出，例如基于物理机理分析的 Preisach 模型、Prandtl-Ishlinskii (PI) 模型，结合动力学特性推导的 Bouc-Wen 模型、Duhem 模型，以及基于数据驱动思想构建的神经网络 NN 模型和非线性自回归滑动平均外生 (NARMAX) 模型等，下面对几种典型的迟滞非线性模型做简要介绍。

1. Preisach 模型

经典的 Preisach 模型是 F.Preisach 在研究铁磁材料的迟滞建模时对 Freudenreich 和 Weiss 提出的机理迟滞模型[9]进行改善后提出的。以一种简单的数学方式描述了迟滞特性，经过多年的发展，Preisach 模型的研究已经有了很大的进展。

但是 Preisach 模型难以在线辨识而且难以利用实时数据进行在线调整，很难与设计的控制器相结合，因此多被应用于静态迟滞补偿方案中。经典 Preisach 模型认为迟滞特性是简单迟滞单元叠加的结果即：

$$u(t) = \psi[v](t) = \iint_S \mu(\alpha, \beta) \gamma_{\alpha, \beta}[v](t) d\alpha d\beta$$

$$\gamma_{\alpha, \beta}[v](t) = \begin{cases} +1 & v(t) > \alpha \\ \xi & \beta < v(t) < \alpha \\ -1 & v(t) < \beta \end{cases}$$

其中 $u(t)$ 和 $v(t)$ 分别为系统的最终输出和输入， $\psi[\cdot]$ 为 Preisach 迟滞映射， $\mu(\alpha, \beta)$ 为每个小迟滞单元的权重函数， $\gamma_{\alpha, \beta}[v]$ 为 Preisach 模型的迟滞算子如图 2.1。其中 α 和 β 分别是其上升阈值和下降阈值，且严格满足 $\alpha \geq \beta$ ， $\xi \in \{-1, +1\}$ 。

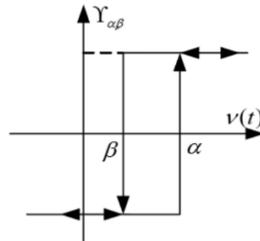


图 2.1

2. Prandtl-Ishlinskii (PI) 模型

PI 迟滞模型是在 Preisach 迟滞算子基础上提出来的，函数表达式较 Preisach 模型简单，由许多 PI 迟滞算子加权叠加的组成。PI 模型有两种表达算子即 Play 算子和 Stop 算子，二者相互关联且频率无关。迟滞模型的输出可表达为：

$$u(t) = \int_0^R p(r) E_r[v](t) dr$$

u 为迟滞输出， v 为迟滞输入， E_r 是 Stop 算子， $p(r)$ 是其密度函数，由于 Play 算子 F_r 是 Stop 算子 E_r 的补，两者关系可以用函数表示为：

$$E_r[v](t) + F_r[v](t) = v(t)$$

令 $p_0 = \int_0^R p(r) dr$ ，所以 PI 模型又可以表示为：

$$u(t) = p_0 v(t) - \int_0^R p(r) F_r[v](t) dr$$

Play 算子和 Stop 算子如图 2.2 和 2.3 所示：

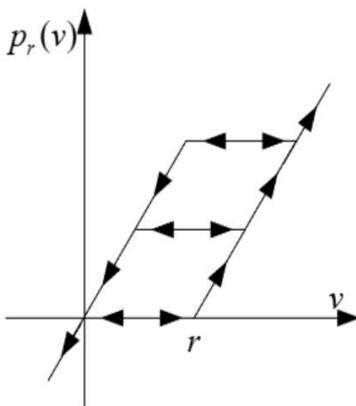


图 2.2 Play 算子

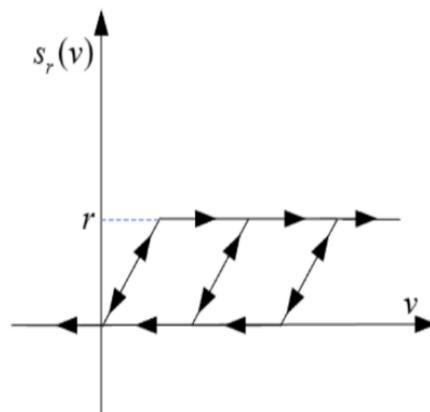


图 2.3 Stop 算子

3. Bouc-Wen 模型

Bouc-Wen 模型的数学表达形式简洁明了，通过对模型参数的调整可以获得不同形态的迟滞环。经典

Bouc-Wen 模型是通过一组微分方程建立的，其数学模型如式：

$$\begin{cases} y(k) = k_1 u(k) + k_2 h(k) \\ \dot{h} = \alpha \dot{u} - \beta |\dot{u}| h |h|^{n-1} - \gamma \dot{u} |h|^n \end{cases}$$

k_1 和 k_2 为权重参数， n 为系统阶数， α ， β ， γ ， n 为迟滞特性参数。所建立 Bouc-Wen 模型具有较好的模型精度，能够准确地描述输入与输出间存在的迟滞非线性关系。在实际应用过程中发现 Bouc-Wen 模型存在辨识难度大的缺点。

4. Duhem 模型

Duhem 模型是一种动态模型，函数表达式简单，符合系统动态的迟滞非线性。该模型是基于信号导数的函数来实现在线辨识的，可以用来描述系统的部分迟滞特性。Duhem 模型的函数关系如下：

$$\frac{dw}{dt} a \left| \frac{dv}{dt} \right| [f(v) - \omega] + \frac{dv}{dt} g(v)$$

其中 v, ω 分别为迟滞系统的输入和输出， α 为迟滞系统辨别权重参数， $f(v)$ 和 $g(v)$ 是待辨别函数。 $f(v)$ 和 $g(v)$ 可以取如下形式以便于用最小二乘法和梯度下降法对 Duhem 模型中的未知参数进行辨识：

$$\begin{aligned} f(v) &= f_0 + f_1 v + f_2 v^2 + f_3 v^3 \\ g(v) &= g_0 + g_1 v + g_2 v^2 \end{aligned}$$

$f(v)$ 是决定迟滞环的静态形状， $g(v)$ 是决定迟滞环的动态修正， $f(v)$ 和 $g(v)$ 都是多项式拟合函数。

5. NN 模型

前馈神经网络凭借其强大的全局非线性拟合能力，可直接通过数据学习输入与输出间的映射关系，无需依赖物理机理，非常适合描述复杂迟滞特性。该模型为带记忆项的三层前馈网络，结构为：输入层 → 隐藏层 → 输出层。其函数关系如下：

$$\begin{aligned} w_k &= W_2 \cdot \sigma(W_1 x_k + b_1) + b_2 \\ x_k &= \begin{bmatrix} v_k \\ \dot{v}_k \\ w_{k-1} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

w_k 为模型当前输出， v_k 为模型当前输入， \dot{v}_k 为信号变化率， w_{k-1} 为上一时刻模型的输出， W_1 是输入层到隐藏层的权重矩阵， b_1 是隐藏量的偏置向量， $\sigma(\cdot)$ 是隐藏激活函数， W_2 是隐藏量到输出层的权重向量， b_2 是输出量的偏置。NN 函数通过多层非线性映射，拟合迟滞系统中复杂的静态非线性特征。 w_{k-1} 作为 x_k 中向量输入，直接运用上一时刻数据，提升建模精度。

6. 非线性自回归滑动平均外生 (NARMAX) 模型

NARMAX 的概念诞生于上世纪 80 年代。它是在经典线性 ARMAX 模型的基础上，由英国控制学家 Sheng Chen 和 Peter Billings 等人提出的。最初的 NARMAX 模型以多项式作为非线性映射函数，通过最小二乘法进行参数辨识。但高阶多项式容易出现过拟合，计算复杂度也较高。在本世纪初，各国学者吧非线性映射函数拓展到神经网络，形成了基于神经网络的 NARMAX 等变体函数模型。同时引入了正交最小二乘法等更高效的未知参数辨识算法，解决了参数计算复杂问题。

2.2 本章小结

本章介绍了几种典型的迟滞非线性模型，物理驱动模型 (Preisach、PI、Bouc-Wen) 物理意义明确、计算量小，但适配复杂迟滞的能力有限；数据驱动模型 (NN, NARMAX) 建模精度高、适应性强，但依赖高质量实验数据。

第三章 基于 NARMAX 的气动执行器建模

通过上一章的各种函数建模介绍可以得出，迟滞非线性特性是气动执行器进一步发展的主要障碍。要想解决这一问题，首先需要建立气动执行器迟滞非线性模型。为了描述气动执行器的复杂迟滞非线性特性，本文采用了具备复杂非线性描述能力的 NARMAX 模型。为了得到 NARMAX 模型的未知参数，采用具有较高辨识精度的 DRNN 和 RBFNN 辨识 NARMAX 模型，从而建立精确的气动执行器迟滞非线性

性模型。

3.1 基于 NARMAX 模型的迟滞非线性建模

NARMAX 模型发展至今已经发展出多种形式，例如多项式 NARMAX 模型、拓展 NARMAX 模型和有理分式 NARMAX 模型等[10]。最早被提出的 NARMAX 模型是多项式 NARMAX 模型，因为多项式类模型具备结构清晰和便于辨识的特点，所以成为应用最为广泛的模型。由 Ston-Weierstrass 定理可知，任何非线性函数都可以通过有限个多项式函数来进行描述，因此本文采用多项式 NARMAX 模型来描述气动执行器复杂迟滞非线性。多项式 NARMAX 模型的数学表达式如下：

$$y(k) = f(y(k-1), \dots, y(k-n_y), u(k-1), \dots, u(k-n_u), v(k-1), \dots, v(k-n_v), e(k-1), \dots, e(k-n_e)) + e(k)$$

其中， $f(\cdot)$ 是模型输入空间到输出的映射关系， $y(k)$ 为系统输出， $y(k-i)$ 为输出延迟项， $u(k-j)$ 为输入延迟项， $v(k-l)$ 为外生变量延迟项， $e(k-m)$ 为误差项延迟项。 $i, j, l = 1, 2, \dots, n$ ； n_y 为输出延迟阶数， n_u 为输入延迟阶数， n_v 为外生变量延迟阶数； $e(k)$ 为建模误差。外生变量函数 $v(\cdot)$ 有很多选择，本文选择的外生变量函数为 PLAY 迟滞算子：

$$v(k) = \max\{u(k) - r, \min\{u(k) + r, v(k-1)\}\}$$

其中， $u(k)$ 为输入控制量， $v(k)$ 为 PLAY 算子输出（外生变量）， $v(k-1)$ 为 $k-1$ 时刻 PLAY 算子输出， r 为 PLAY 算子阈值。

迟滞特性的本质是“多值映射”，相同输入 $u(k)$ 对应不同输出 $y(k)$ 。若仅用 NARMAX 基础项：输入延迟 $u(k-i)$ 、输出延迟 $y(k-j)$ 建模，模型无法区分“充气”与“放气”路径，导致迟滞环拟合失真；而 PLAY 算子 $v(k)$ 通过 $v(k-1)$ 的历史反馈特性，使得 NARMAX 模型能精准识别迟滞特性路径。图 3.1 为给出的是外生变量函数 $v(\cdot)$ 的输入输出关系。

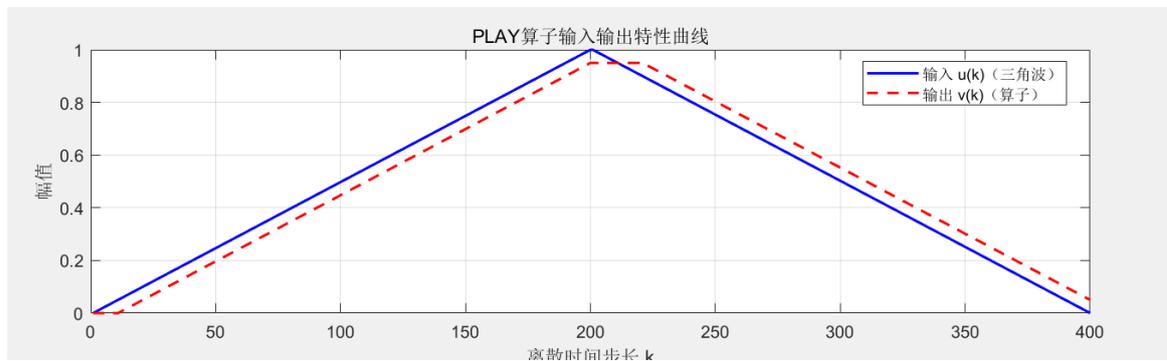
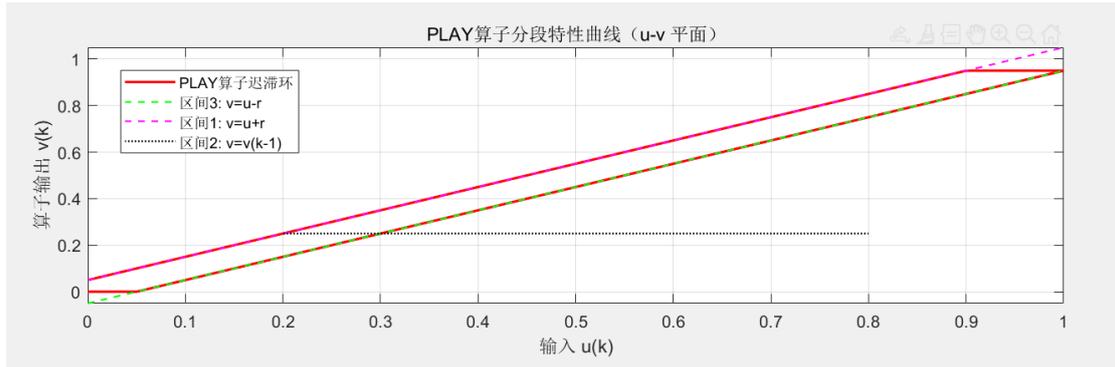


图 3.1

数学层面验证：充气阶段： $v(k) = u(k) - r$ ；放气阶段： $v(k) = u(k) + r$ ；PLAY 算子输出 $v(k)$ 在充/放气阶段的差值 $\Delta v = [u(k) + r] - [u(k) - r] = 2r$ ，该差值显性化了迟滞路径差异，是 NARMAX 的纯延迟项无法实现的。且 PLAY 算子是分段连续函数：

$$v(k) = \begin{cases} u(k) + r & , u(k) + r \leq v(k-1) \\ v(k-1) & , u(k) - r < v(k-1) < u(k) \\ u(k) - r & , u(k) - r \geq v(k-1) \end{cases}$$



$v(k) \in [u_{min} - r, u_{max} + r]$, 与输入 $u(k)$ 同范围, 无需额外归一化; $v(k)$ 仅依赖当前输入 $u(k)$ 和历史状态 $v(k-1)$, 符合 NARMAX 模型“因果系统”假设; 仅含 max/min 运算, 无复杂运算, 适配实时辨识需求。

确定 NARMAX 模型的待辨识参数, 实质上就是确定模型是由哪些非线性项组合而成, 而模型的准确性在一定程度上是由模型的精度和泛化能力所决定的。由公式可以看出, 即便对于阶次不高的系统来说, NARMAX 模型参数的数量也是极其巨大的。而且在实际应用中, 最大延迟和多项式阶次在一个较大范围内变化, 才能保证取得满意的结果, 但这样容易造成严重病态。因此, 确定最终模型结构和辨识参数是一件非常困难的工作, 选择合适的辨识方法极其重要。

3.2 NARMAX 模型的辨识

由于 NARMAX 模型的待辨识参数往往较多, 因此需要寻找既能够准确辨识参数, 又具有较高可靠性的辨识方法。神经网络辨识能够很好的解决这一问题, 其不仅具备处理大数据量的能力, 而且拥有较高的辨识精度。本文选取了辨识精度较高的 DRNN 和 RBFNN 来辨识 NARMAX 模型的未知参数。

3.2.1 基于 DRNN 的辨识

1995 年, KuChao-chee 等人[11]首次提出一种具有自反馈功能的动态神经网络, 即对角递归神经网络(Diagonal Recurrent Neural Network, DRNN)。因为 DRNN 具备映射系统动态特性的能力, 所以该神经网络拥有适应时变的特性。DRNN 是在部分递归网络 Elman 网的基础上, 将隐含层权值矩阵 WD 进一步简化为对角矩阵, 即隐含层的每一个神经元仅接受自己输出反馈, 而与其他神经元无反馈连接, 网络结构如图 3.2 所示。与其他的递归神经网络相比, DRNN 的隐含节点不需要互相交换信息, 所以很大程度上简化了网络结构, 使得该神经网络具备了更快的网络学习速度, 这在一定程度上提高了网络的实时性。

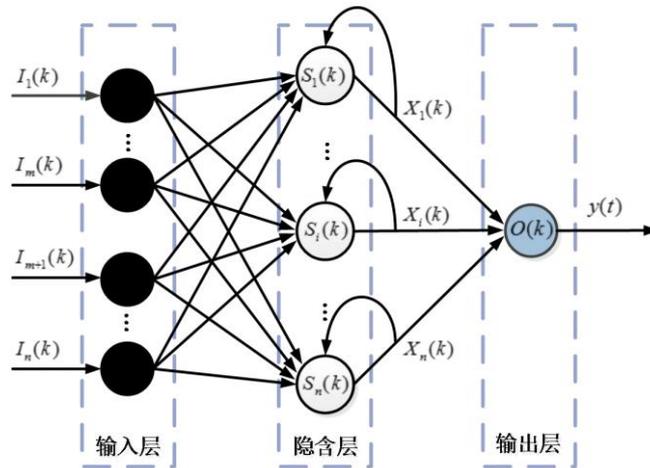


图 3.2

DRNN 的数学表达式为:

$$O(k) = \sum_j w_j^o X_j(k)$$

$$X_j(k) = f(S_j(k))$$

$$S_j(k) = w_j^p X_j(k-1) + \sum_i w_{ij}^l I_i(k)$$

其中，其中， w_{ij}^l 为输入层权值向量， w_j^p 为递归层权值向量， w_j^o 为输出层权值向量， $I_i(k)$ 为输入层第 i 个神经元在第 k 时刻输入， $X_j(k)$ 为递归层第 j 个神经元在 k 时刻输出， $S_j(k)$ 为第 j 个递归元在 k 时刻输入总和， $O(k)$ 为 DRNN 输出， $f(\cdot)$ DRNN 激励函数，这里选择了标准型单 Sigmoid 函数作为激励函数。利用偏差信号 $e(k) = y(k) - O(k)$ 作为 DRNN 辨识的调整信号，其中 $y(k)$ 为第 k 时刻气动执行器的输出。本文采用梯度下降法作为学习算法则有：

$$\Delta w_j^o = -\frac{\partial E(k)}{\partial w_j^o} = e(k) \frac{\partial O(k)}{\partial w_j^o} = e(k) X_j(k)$$

$$\Delta w_{ij}^l(k) = -\frac{\partial E(k)}{\partial w_{ij}^l} = e(k) \frac{\partial O}{\partial X_j} \frac{\partial X_j}{\partial w_{ij}^l} = e(k) w_j^o Q_{ij}(k)$$

$$\Delta w_j^p(k) = -\frac{\partial E(k)}{\partial w_j^p} = e(k) \frac{\partial O}{\partial X_j} \frac{\partial X_j}{\partial w_j^p} = e(k) w_j^p P_j(k)$$

$$P_j(k) = \frac{\partial X_j}{\partial w_j^p} = f(\dot{S}_j) X_j(k-1)$$

$$Q_{ij}(k) = \frac{\partial X_j}{\partial w_{ij}^l} = f(\dot{S}_j) I_i(k-1)$$

α 表示的是学习速率的调节系数。DRNN 神经网络具有学习速度快和学习能力强的特点，因此适合用来完成 NARMAX 模型的辨识。

3.2.2 基于 RBFNN 的辨识

径向基函数神经网络 (Radical Basis Function Neural Network, RBFNN) 是由 J. Moody 和 C. Darken 两位学者 [12] 于 20 世纪 80 年代末提出的一种单隐层三层前向神经网络。RBFNN 的第一层称作输入层，是由输入信号节点构成。网络的第三层称为输出层，由输出节点构成，该节点将隐含层的输出作为输入，通过线性变换得到神经网络的输出。除了输入层和输出层之外，仅有一个隐藏层中的转换函数是局部响应的高斯函数，而其他前向型网络，转换函数一般都是全局响应函数。由于有这样的区别，要实

现同样的功能，RBF 需要更多的神经元。但是 RBF 的训练时间更短，它对函数的逼近是最优的，可以以任意精度逼近任意连续函数，且隐藏层中的神经元越多。逼近越精确。

RBFNN 的结构如图 3.3 所示，该神经网络的输入节点为 n ，对应着 NARMAX 模型的待辨识参数的个数，将 NARMAX 模型的输入信号给入到输入端，通过神经网络的学习将迟滞非线性的多值映射转变为线性关系。

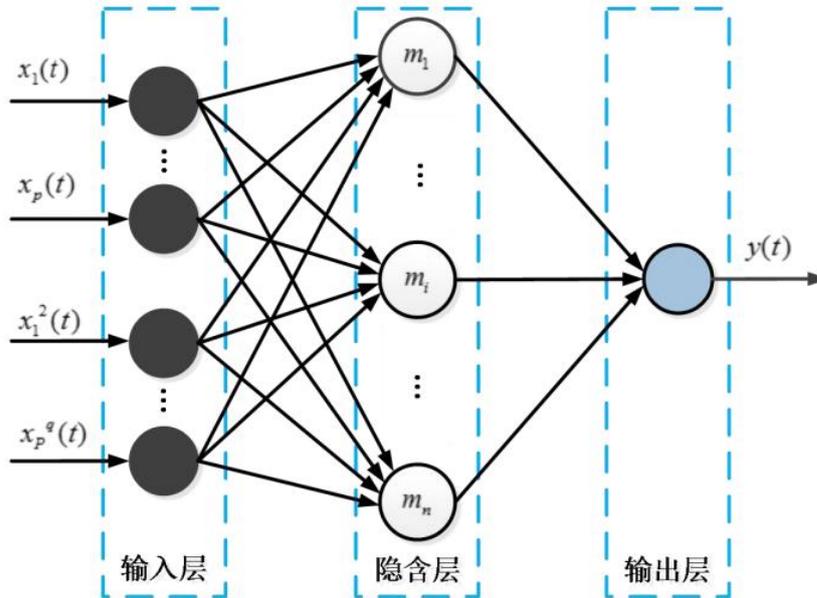


图 3.3

RBFNN 辨识过程需要对径向基函数 (RBF) 的中心 c_i 、方差 σ_i 以及隐含层到输出层的权值 w_{ij} 这三个基本参数进行求解，通过适当调节这三个基本参数来保证 RBFNN 的输出最大程度地逼近气动执行器的输出。本文所采用的 RBFNN 学习过程就是对这三个参数求解的过程：

$$C_i(k) = C_i(k - 1) + \Delta C_i(k) + a(C_i(k - 1) - C_i(k - 2))$$

$$\Delta C_i(k) = \eta \cdot e(k) \cdot \omega(i) \cdot \varphi(i) \cdot \frac{X - C_i}{\sigma_i^2}$$

其中 $C_i(k)$ 为当前时刻的中心值， $C_i(k - 1)$ 为上一时刻中心值， $C_i(k - 1) - C_i(k - 2)$ 为前两时刻的差值 (动量值)， ΔC_i 为梯度增量， a 为动量系数， η 为学习率， $e(k)$ 为预测误差， $\omega(i)$ 为第 i 个隐层节点的输出权值， $\varphi(i)$ 为第 i 个节点的高斯径向基输出， $X - C_i$ 为输入特征与中心的差值， σ_i^2 为第 i 个节点的方差平方。

通过调整隐含层到输出层的权值来保证 RBFNN 的输出最大程度逼近气动执行器的实际输出。本文采用高斯函数作为径向基函数，RBFNN 的第 i 个隐层节点的激活函数 $\varphi(i)$ 可以表示为：

$$\varphi(i) = \exp\left(-\frac{\|X - C_i\|}{2\sigma_i^2}\right)$$

其中， $\|X - C_i\|$ 代表模型输入到中心点的欧式范数， C_i 为高斯函数中心， σ_i 为高斯函数方差，RBFNN 的输出表达式为：

$$y = \sum_{i=1}^n \omega_{ij} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma_i^2} \|x_s - c_i\|^2\right)$$

其中， ω_{ij} 是隐含层到输出层的权值，RBFNN 正是通过调节权值使得 NARMAXA 模型的输出逼近气动执行器的实际输出。

Chen 和 Billings[13]在其著作里利用径向基函数辨识 NARMAX 模型，并且给出了严格的数学推

导，得到了径向基函数权值与模型系数矩阵之间的数学关系。本文在此基础上，利用具有强大训练能力的神经网络获取满足目标精度的径向基函数权值，从而得到 NARMAX 模型的系数矩阵。

第四章 NARMAX 模型的建模仿真结果与分析

4.1 DRNN 辨识仿真结果与分析

本文首先利用 DRNN 辨识 NARMAX 模型，DRNN 需要大量的实验数据用于训练，所以本文采集的输入输出数据对为 $k=1036$ ，输入输出数据关系如图 4.1 所示。通过图 4.1 可以看出，气动执行器的输入输出具有复杂的迟滞非线性关系，这给建模和辨识带来很大的难度。

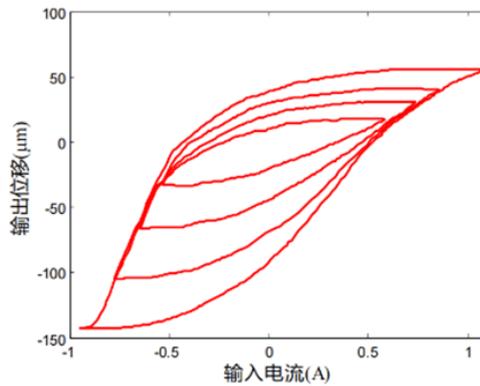


图 4.1

利用 DRNN 辨识 NARMAX 模型需要确定 DRNN 的调节参数。在此基础上，将测得气动执行器输入电流数据作为 NARMAX 模型的输入数据，得到仿真结果。

图 4.2 给出的是基于 DRNN 辨识的 NARMAX 模型与气动执行器迟滞曲线对比图，红色实线表示的是实际测得的气动执行器迟滞曲线，橙色虚线表示的是 DRNN 辨识得到的 NARMAX 模型迟滞曲线。通过图 4.2 可以看出，基于 DRNN 辨识的 NARMAX 模型的迟滞曲线与气动执行器的迟滞曲线的拟合度较高。仿真结果表明，基于 DRNN 辨识的 NARMAX 能够有效地描述气动执行器复杂迟滞非线性。

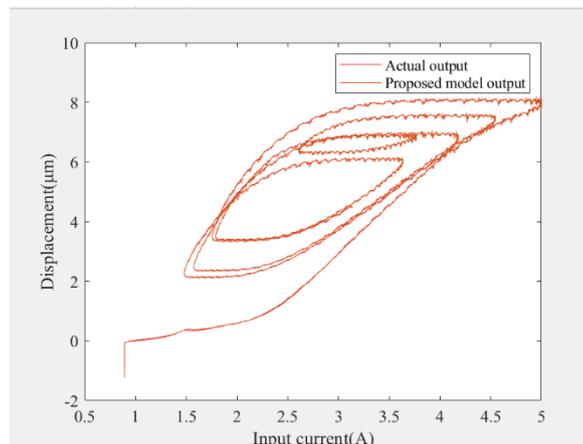


图 4.2 基于 DRNN 辨识的 NARMAX 模型与气动执行器迟滞曲线对比图

图 4.3 给出的是气动执行器输出位移与基于 DRNN 辨识的 NARMAX 模型输出位移之间的位移误差曲线。仿真结果表明，DRNN 辨识得到的 NARMAX 模型能够达到气动执行器建模精度的要求。

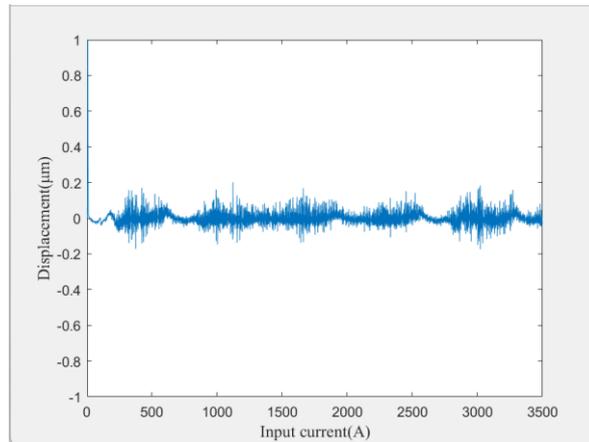


图 4.3 基于 DRNN 辨识的 NARMAX 模型建模误差曲线

4.2 RBF 辨识仿真结果与分析

RBFNN 拥有非常出色的学习能力，其能够以较高的精度逼近目标函数。然而在实际应用过程中，RBFNN 的辨识精度一方面受限于有限的实验数据，另一方面受限于对训练速度的要求。RBFNN 的辨识精度与训练速度之间存在矛盾，如果想要提高神经网络的训练速度就必须降低对辨识精度的要求。

辨识得到的 NARMAX 模型输入输出关系曲线如图 4.4 所示，红色实线表示的是气动执行器迟滞曲线，橙色虚线表示的是 NARMAX 模型迟滞曲线。通过图 4.4 可以看出，基于 RBFNN 辨识的 NARMAX 模型的迟滞曲线与气动执行器的迟滞曲线基本重合，表明基于 RBFNN 辨识的 NARMAX 模型能够准确地描述气动执行器复杂迟滞非线性。

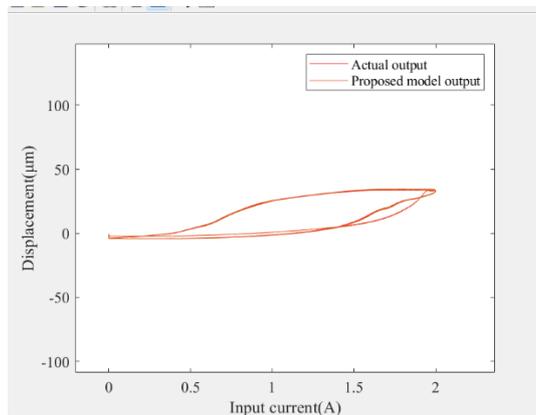


图 4.4 基于 RBFNN 辨识的 NARMAX 模型与气动执行器迟滞曲线对比图

图 4.5 给出的是基于 RBFNN 辨识的 NARMAX 模型输出位移与气动执行器输出位移之间的位移误差曲线。仿真结果表明，RBFNN 辨识得到的 NARMAX 模型能够满足气动执行器建模精度的要求。

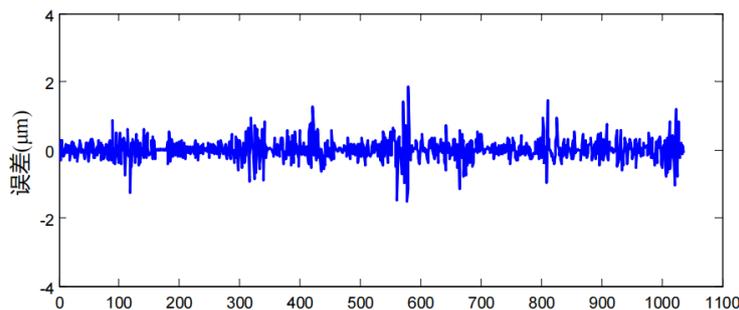


图 4.5 基于 RBFNN 辨识的 NARMAX 模型建模误差曲线

4.3 本章小结

本章利用 NARMAX 模型描述气动执行器的复杂迟滞非线性特性。由于 NARMAX 模型存在较多的待辨识参数，这给模型的辨识带来很大的困难。为了解决这一问题，本文分别采用 DRNN 和 RBFNN 辨识 NARMAX 模型的未知参数，并通过仿真实验验证了两种神经网络辨识得到的 NARMAX 模型的有效性。通过对比仿真结果可知，基于 RBFNN 辨识的 NARMAX 模型的建模精度高于基于 DRNN 辨识的 NARMAX 模型的建模精度。但是，就辨识速度而言，DRNN 具有明显的速度优势，所以 DRNN 更适用于实时在线建模和动态系统的控制，RBFNN 则更适用于离线建模和静态系统的控制。我们可以根据不同的控制环境和控制要求，选择适合的神经网络来完成气动执行器的迟滞非线性建模。

参考文献

- [1] 赵悦, 赵京, 杨亮亮, 等. 计及动态负载的气动肌肉驱动器迟滞模型 [J]. 机械工程学报, 2025, 61 (18): 123-132.
- [2] 李阳, 陈武, 张丽. 软气动执行器迟滞建模研究综述 [J]. 机器人, 2024, 46 (4): 498-510.
- [3] Liu Y J, Wang J, Cai H G. RBF neural network modeling for hysteresis characteristics of pneumatic artificial muscles [J]. Journal of Bionic Engineering, 2021, 18 (2): 412-420.
- [4] Wang Y, Li M, Liu J. DRNN-based hysteresis compensation for pneumatic artificial muscle [J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2023, 70 (5): 5123-5131.
- [5] 杨鹏.磁控形状记忆合金执行器非线性建模及滑模控制方法研究[D].吉林大学,2016.
- [6] 李明, 张华, 刘强. 一种具有物理密封结构的人工肌肉 [P]. 中国专利: CN113427480A, 2021-09-24.
- [7] Chou C P, Hannaford B. A new pneumatic artificial muscle actuator: design, modeling and control[J]. IEEE Trans. Robotics, 1996, 12(1): 90-102.
- [8] 张业明, 金公华, 石岩, 等. 基于 Maxwell 改进模型的气动人工肌肉迟滞特性 [J]. 北京航空航天大学学报, 2022, 48 (12): 2345-2353.
- [9] Bobbio S, Miano G, Serpico C. Models of magnetic hysteresis based on play and stop hysterons[J]. IEEE Trans on magnetic, 1997, 33(6): 4417-4426.
- [10] Billings S A. Nonlinear system identification: NARMAX methods in the time, frequency, and spatio-temporal domains[M]. John Wiley & Sons, 2013.
- [11] Ku C C, Lee K Y. Diagonal recurrent neural networks for dynamic systems control[J]. IEEE Transactions on Neural Networks, 1995, 6(1): 144-156.
- [12] Moody J, Darken C J. Fast learning in networks of locally-tuned processing units[J]. Neural computation, 1989, 1(2): 281-294.
- [13] Chen S, Billings S A, Cowan C F N, et al. Practical identification of NARMAX models using radial basis functions[J]. International Journal of Control, 1990, 52(6): 1327-1350.